物理学Ａ　その５

外積

　空間の２ベクトルの外積について成分表示されたものを授業でやりました。ここではあえて行列式の形で外積の定義を与えておきます。単位ベクトルと２つのベクトルに対し、

$$e_x=(1,0,0)\quad e_y=(0,1,0)\quad e_z=(0,0,1)$$

$$a=(x_1,y_1,z_1)\quad b=(x_2,y_2,z_2)$$

$$a\times b=\begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

と書けます。ベクトルの矢印は省略。内積はスカラーなのに対して外積はベクトル。内積はその値は２ベクトルが平行の時最大最小、直交の時０。外積はその大きさは２ベクトルが直交の時最大、平行の時０。

問：$\vec{A}=A_xe_x+A_ye_y+A_ze_z$、$\vec{B}=B_xe_x+B_ye_y+B_ze_z$、$\vec{C}=C_xe_x+C_ye_y+C_ze_z$ の時

　以下の等式を証明せよ。

$$\vec{A}\bullet\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)=\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)\bullet\vec{C}=\begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)=\left(\vec{A}\bullet\vec{C}\right)\vec{B}-\left(\vec{A}\bullet\vec{B}\right)\vec{C}$$

外微分　∇（ナブラ）の演算

　物理の試験には出ないそうです。grad だけやりましたが。しかし数学ⅠB で div をやったのでそっちの解説も兼ねて触れておきます。ⅠA 選択者には申し訳ない。

$\nabla=e_x\dfrac{\partial}{\partial x}+e_y\dfrac{\partial}{\partial y}+e_z\dfrac{\partial}{\partial z}$　を用いて、スカラーφとベクトル A に対し

勾配：$grad\phi=\nabla\phi$　　←これはベクトル量

発散：$divA=\nabla\bullet A$　　←これはスカラー量

回転：$rotA=\nabla\times A$　　←これはベクトル量

それぞれ gradient,divergence,rotation の略[1]です。勾配はスカラー空間における傾斜の方向と大きさ、発散はベクトル空間における湧き出しの量、回転はベクトル空間における渦の方向とその大きさを表します。詳しい話は授業を待たれたい。

---

[1] ⅠB では divergent という聞いたことのない単語が出てきた。何かの間違いでしょう。