

物理学 A その4

物理的保存量

・運動量原理： $\vec{P} = m\vec{v}$ とおくと

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \quad \text{積分して} \quad \vec{P}_0 - \vec{P}_1 = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} dt$$

ここで P (ベクトル) を運動量、右式の右辺を力積と呼ぶ。 t_0 t_1 で積分ネ、読みにくいけど。

問：今 3 つの物体が同時に衝突した。それぞれが回転しないものとする。この時 3 つの物体の運動量の和は衝突の前後で保存されることを示せ。

・エネルギー原理：いわゆる運動エネルギーを、 v をベクトルの内積だと思って微分。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v} \right) = m \vec{a} \cdot \vec{v}$$

ここで運動方程式から $m \vec{a} = \vec{F}$ なので、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v} \right) = \vec{F} \cdot \vec{v} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

時間で積分すれば、

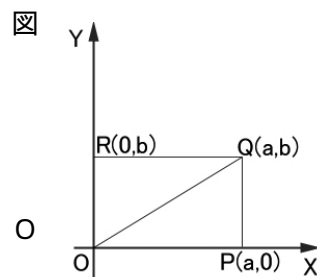
$$\frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 = \int_{r_2}^{r_1} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

右辺を力のした仕事と呼びます。その内積の意味は (とりあえず 3 次元は仮定しましょう)

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = (F_x, F_y, F_z) \cdot (dx, dy, dz) = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

というただそれだけのことです。ベクトルを積分しているからといってびびらないで

問：図のような 2 次元空間に



$$F_x = x^2 y \quad F_y = xy^2 \quad F_x = 3x^2 y \quad F_y = x^3$$

の様に力が与えられている。それぞれにつき O P Q の道、O

R Q の道、O Q の道を質点が運ばれた時の仕事を計算せよ。

の O P Q だけは解答を示しておく。

OP 上を動く時 $y = 0$ 、また y 方向に変位がないので $dy = 0$ 。

同様に PQ 上を動く時 $x = a$ 、 $dx = 0$ 。よって仕事はその定義より