# 物理学Ａ　その３　訂正版

### オイラーの公式

オイラーの公式　$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$　は、きちんと指数法則を満たし、それぞれは三角関数の加法定理、ド・モアブルの定理に対応しています。

また、上式から

$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \qquad \sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

もすぐに導けますね。よって、三角関数と指数関数は見方が違うだけで虚数を通じて全く同じ関数であるという事が理解できると思います。また双曲線（ハイパーボリック）関数というのをそのうちやりますが、上式に非常に似通った式で定義します。

問：　$\cos(\pi + i)$　を　$x + iy$　の形に直しなさい。

### 微分方程式

まず、（2 階）線形微分方程式の解放の流れをつかんで欲しい。もし方程式が、

$$ay'' + by' + cy = 0 \qquad \cdots\cdots（※）$$

の形であったら、この方程式を満たす　$y = y(x)$　を

$$y_1 \neq ky_2 \qquad （\mathrm{k}は任意実数）$$

を満たすように２つ見つけ出し、それらを足し合わせる。

$$y = Ay_1 + By_2 \qquad （\mathrm{A}、\mathrm{B}は任意実数）$$

これが（※）の一般解となる。これが（※）の一般解であるための十分性は、この方程式の線形性から明らかである。つまり、

$$\begin{array}{rl} & ay_1'' + by_1' + cy_1 = 0 \\ +） & \underline{ay_2'' + by_2' + cy_2 = 0} \end{array}$$

$$ay_1'' + ay_2'' + by_1' + by_2' + cy_1 + cy_2 = 0$$

$$\therefore a(y_1 + y_2)'' + b(y_1 + y_2)' + c(y_1 + y_2) = 0$$

が常に成り立つので成立する[1]。

次に必要性（他に解はないのか）であるが、これは関数の自由度を考えれば分かる。

もし数学的な解説を求めるのなら、（※）はｙの２階微分が入っているので、ｙを求める際には積分定数にあたるものが２つ出てくるはずだから A,B の２文字が解に含まれている事は確かに必要。

物理学的な直感も必要で、（※）は質点の運動を表しその自由度は速度と位置の２つ。

[1] さらに A,B 倍したものが一般解だが、それは分かるよね。