大学院：固体物理１

内容

1. 結晶の周期性と電子の振舞い
2. 多電子波動関数とハートレー・フォック近似
3. 温度グリーン関数
4. 電子ガス
5. 密度汎関数理論
6. フェルミ液体
7. 電子相関
8. 金属・絶縁体転移

http://fujimac.t.u-tokyo.ac.jp/FujiwaraLab/index-j.html

このページから、講義資料などがダウンロードできる.

6．フェルミ液体論

相互作用の無いフェルミ粒子系

相互作用のないフェルミ粒子系:フェルミ気体基底状態の全エネルギー E_0:

$$
\begin{aligned}
E_0 &= \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} \frac{\boldsymbol{p}^2}{2m} n^0_{\boldsymbol{p}\sigma} = \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} \varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} n^0_{\boldsymbol{p}\sigma} \\
\frac{N}{\Omega} &= \frac{1}{3\pi^2}\left(\frac{p_F}{\hbar}\right)^3 \\
n^0_{\boldsymbol{p}\sigma} &= \begin{cases} 1 & : \ |\boldsymbol{p}| \le p_F \\ 0 & : \ |\boldsymbol{p}| > p_F \end{cases} \\
n^0_{\boldsymbol{p}\sigma} &= n_F(\varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} - \mu) = \frac{1}{e^{(\varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma}-\mu)/k_B T} + 1}
\end{aligned}
$$

励起状態:

$$
\begin{aligned}
E &= \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} \frac{\boldsymbol{p}^2}{2m} n_{\boldsymbol{p}\sigma} \\
\delta E &= E - E_0 = \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} \frac{\boldsymbol{p}^2}{2m} \delta n_{\boldsymbol{p}\sigma}, \quad \delta n_{\boldsymbol{p}\sigma} = n_{\boldsymbol{p}\sigma} - n^0_{\boldsymbol{p}\sigma}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
C_v &= \frac{\pi^2}{3} k_B^2 T \frac{m p_F}{\pi^2 \hbar^3} , \\
s_0^2 &= \frac{N/\Omega}{m} \Big/ \frac{m p_F}{\pi^2 \hbar^3} = \frac{v_F^2}{3} , \\
\chi_P^0 &= \mu_B^2 \frac{m p_F}{\pi^2 \hbar^3}
\end{aligned}
$$

相互作用のあるフェルミ粒子系

準粒子

相互作用しているフェルミ粒子系:

相互作用のない系から断熱的に相互作用している系に連続的に移行

励起状態のエネルギー E

$$E - E_0 \quad = \quad \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} \varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} \delta n_{\boldsymbol{p}\sigma} + O(\delta n_{\boldsymbol{p}\sigma}{}^2)$$

$$n^0_{\boldsymbol{p}\sigma}, \quad n_{\boldsymbol{p}\sigma} = n^0_{\boldsymbol{p}\sigma} + \delta n_{\boldsymbol{p}\sigma}$$

$$n^0_{\boldsymbol{p}\sigma} = n_F(\varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} - \mu)$$

大局的平衡状態

粒子間の平均距離:$n^{-1/3}$

フェルミ速度 v_F の粒子の衝突時間: $n^{-1/3}/v_F$

準粒子の寿命が

$$\frac{n^{-1/3}}{v_F}\left(\frac{\varepsilon_F}{\Delta}\right)^2$$

～T^{-2}

$$\varepsilon_{\boldsymbol{p}} = \mu + \frac{p_F(p - p_F)}{m^*}$$

$$v_F = \frac{p_F}{m^*}$$

準粒子間相互作用とランダウ・パラメター

$$F - F_0 = \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} (\varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} - \mu)\delta n_{\boldsymbol{p}\sigma} + \frac{1}{2}\sum_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}\sum_{\sigma\sigma'} f_{\boldsymbol{p}\sigma:\boldsymbol{p}'\sigma'}\delta n_{\boldsymbol{p}\sigma}\delta n_{\boldsymbol{p}'\sigma'}$$

$$f_{\boldsymbol{p}\sigma:\boldsymbol{p}'\sigma'} = f_{\boldsymbol{p}'\sigma':\boldsymbol{p}\sigma}$$

$$\bar{\varepsilon}_{\boldsymbol{p}\sigma} = \varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} + \sum_{\boldsymbol{p}'\sigma'} f_{\boldsymbol{p}\sigma:\boldsymbol{p}'\sigma'}\delta n_{\boldsymbol{p}'\sigma'}$$

$$f_{\boldsymbol{p}\sigma:\boldsymbol{p}'\sigma'} = f_{-\boldsymbol{p}-\sigma:-\boldsymbol{p}'-\sigma'} \quad \text{(外場 0 の場合：時間反転対称性より)}$$

$$f_{\boldsymbol{p}\sigma:\boldsymbol{p}'\sigma'} = f_{-\boldsymbol{p}\sigma:-\boldsymbol{p}'\sigma'} \quad \text{(空間反転対称性)}$$

$$f_{\boldsymbol{p}\uparrow:\boldsymbol{p}'\uparrow} \equiv f^s_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'} + f^a_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'} \;, \quad f_{\boldsymbol{p}\uparrow:\boldsymbol{p}'\downarrow} \equiv f^s_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'} - f^a_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'} \;.$$

交換相互作用 $= 2f^a_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}$

$$f^{s(a)}_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'} = \sum_{l=0}^{\infty} f^{s(a)}_l P_l(\cos\theta_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}) \;, \quad F^{s(a)}_l = \frac{\Omega m^* p_F}{\pi^2\hbar^3} f^{s(a)}_l = \Omega D(0) f^{s(a)}_l \;.$$

準粒子間相互作用とランダウ・パラメター 2

局所的に準粒子を付け加えたあと達成される（局所的）平衡状態

$$\bar{n}^0_{\boldsymbol{p}\sigma} \equiv n_F(\bar{\varepsilon}_{\boldsymbol{p}\sigma} - \mu)$$

$$\delta\bar{n}_{\boldsymbol{p}\sigma} = n_{\boldsymbol{p}\sigma} - \bar{n}^0_{\boldsymbol{p}\sigma}$$

大局的平衡からの揺らぎ: $\delta n_{\boldsymbol{p}\sigma} \quad = \quad n_{\boldsymbol{p}\sigma} - n_F(\varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} - \mu)$

局所的平衡からの揺らぎ: $\delta\bar{n}_{\boldsymbol{p}\sigma} \quad = \quad n_{\boldsymbol{p}\sigma} - n_F(\varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} - \mu + (\bar{\varepsilon}_{\boldsymbol{p}\sigma} - \varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma}))$

大局的平衡からの揺らぎと局所的平衡からの揺らぎの関係:

$$\delta n_{\boldsymbol{p}\sigma} = \delta\bar{n}_{\boldsymbol{p}\sigma} + \frac{\partial n_F(\varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} - \mu)}{\partial \varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma}}(\bar{\varepsilon}_{\boldsymbol{p}\sigma} - \varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma})$$

$$\delta\bar{n}_{\boldsymbol{p}\sigma} = \delta n_{\boldsymbol{p}\sigma} - \frac{\partial n_F(\varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} - \mu)}{\partial \varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma}} \sum_{\boldsymbol{p}'\sigma'} f_{\boldsymbol{p}\sigma:\boldsymbol{p}'\sigma'}\delta n_{\boldsymbol{p}'\sigma'}$$

準粒子の有効質量

流れの連続の方程式:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\ \ \boldsymbol{J} = 0$$

$$\boldsymbol{J} = \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} \delta \bar{n}_{\boldsymbol{p}\sigma} \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{p}\sigma} = \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} \delta n_{\boldsymbol{p}\sigma} \boldsymbol{j}_{\boldsymbol{p}\sigma}$$

流れの定義

$$\begin{aligned}
\sum_{\boldsymbol{p}\sigma} \delta n_{\boldsymbol{p}\sigma} \boldsymbol{j}_{\boldsymbol{p}\sigma} &= \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} \delta \bar{n}_{\boldsymbol{p}\sigma} \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{p}\sigma} \\
&= \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} \{ \delta n_{\boldsymbol{p}\sigma} - \frac{\partial n_F(\varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} - \mu)}{\partial \varepsilon_{\boldsymbol{p}\sigma}} \sum_{\boldsymbol{p}'\sigma'} f_{\boldsymbol{p}\sigma:\boldsymbol{p}'\sigma'} \delta n_{\boldsymbol{p}'\sigma'} \} \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{p}\sigma}
\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{j}_{\boldsymbol{p}\sigma} = \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{p}\sigma} - \sum_{\boldsymbol{p}\sigma} f_{\boldsymbol{p}\sigma:\boldsymbol{p}'\sigma'} \frac{\partial n_F(\varepsilon_{\boldsymbol{p}'\sigma'} - \mu)}{\partial \varepsilon_{\boldsymbol{p}'\sigma'}} \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{p}'\sigma'}$$

$$\frac{\boldsymbol{p}}{m} = \frac{\boldsymbol{p}}{m^*} - \sum_{\boldsymbol{p}'\sigma'} f_{\boldsymbol{p}\sigma:\boldsymbol{p}'\sigma'} \frac{\partial n_F(\varepsilon_{\boldsymbol{p}'\sigma'} - \mu)}{\partial \varepsilon_{\boldsymbol{p}'\sigma'}} \frac{\boldsymbol{p}'}{m^*}$$

$$\frac{m^*}{m} = 1 + \frac{F_1^s}{3}$$

有効質量